# EJERCICIOS CLASE – ALGEBRA

**CAPÍTULO**: VII
**TEMA**: DESIGUALDADES
**PRODUCTO**: UI1MB
**PROFESOR**: JORGE NAVARRO V.

---

1. Determine el valor de verdad de las siguientes afirmaciones:
I. Si $x, y \in R$ con $x > y > 0$ entonces se cumple que $\frac{x}{y} + \frac{3y}{x} \leq \frac{y^2}{x^2} + 3$
II. $\exists x \in R / \forall y \in R: yx + y^2x = x^3$
III. Si $x \in \langle 0; +\infty \rangle, y \in \langle -1; 1 \rangle, entonces\ xy + x + 1 > 1$
a) VVV b) VVF
c) VFV d) FVV
e) FFF

2. Halle el valor de verdad de las siguientes proposiciones:
I. Si $a < 0 \wedge b < 0$, entonces $\frac{ab+1}{a} < \frac{1}{a}$.
II. Si $a, b \in R^+$ entonces, $\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} \geq \frac{2ab}{a+b}$
III. $\forall a \in R: a^8 - a^5 + a^2 - a + 1 > 0$
a) VVV b) VFF
c) FVV d) VVF
e) FFF

3. Calcule el mayor valor de "$n$" si se cumple que: $\frac{(x+3y)(3y+2z)(x+2z)}{xyz} \geq 3n; x, y, z \in \mathbb{R}^+$
a) 8 b) 12
c) 16 d) 24
e) 48

4. Halle el mayor valor de $k$ tal que
$$\left[\left(\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}\right)\sqrt[6]{a+b}\right]^6 \geq k\ ab\ \forall a; b \in \mathbb{R}^+$$
a) 2 b) ¼
c) 32 d) 64
e) 128

5. Determine el valor de verdad de las siguientes afirmaciones:
I. $\forall a; b \in \mathbb{R}^+\ y\ \ a \neq b: a + b < \frac{a^3}{b} + \frac{b^3}{a}$
II. $\forall a; b \in \mathbb{R}: \frac{x^4}{x^8+1} \geq \frac{1}{2}$
III. $Si\ a < b, entonces\ a^n < b^n, \forall a; b \in Z^+$
a) VVF b) FFV
c) VFV d) VFF
e) FFF

6. Indique el valor de verdad de las siguientes afirmaciones:
I. $\forall a, b \in \mathbb{R}^+: \sqrt{a+b} \geq \frac{1}{\sqrt{2}}(\sqrt{a} + \sqrt{b})$
II. $\forall a, b \in \mathbb{R}^+: a + \frac{5}{a} \geq 2\sqrt{5}$
III. $\forall a, b, c, d \in \mathbb{R}; si\ a < b\ \ y\ \ c < d,$ $entonces\ ac < bd$
a) VVV b) VVF
c) FVV d) FFV
e) FFF

7. Halle el valor de verdad de las siguientes proposiciones:
I. Si $\{x; y\} \subset \mathbb{R}^+$ y $x \leq y$ entonces, $\frac{x}{1+x} \leq \frac{y}{1+y}$
II. Si $a < 0 < b$ entonces, $a^{-1} < b^{-1}$
III. Si $\{x; y; a; b\} \subset \mathbb{R}^+$ tal que $x^2 + y^2 = 1$ y $a^2 + b^2 = 1$ entonces, $ax + by \leq 1$
a) VVV b) FVV
c) VVF d) VFV
e) FFF

8.Si x e IR⁺ indique el máximo valor que puede tomar la expresión $\frac{4x^2+2x+1}{4x^2+1}$

A) ½ B) 2 C) 3/2 D) 2/3 E) 4/3

9. Si a,b,c e IR⁺ indique el intervalo de valores de “k” que verifican la desigualdad

$$\frac{(a+1)(b+1)(c+1)}{\sqrt{abc}} \geq k$$

A) $[8, +\infty >$ B) $< -\infty; 8]$ C) $< -\infty; 6]$ D) $[0; +\infty >$ E) $< -\infty; 9]$

10.Resolver para x

$$\frac{x-bc}{b+c} + \frac{x-ac}{a+c} + \frac{x-ab}{a+b} < a+b+c$$

Donde a,b,c >0

A) $< -\infty; a+b+c >$ B) $< -\infty; ab+ac+bc >$ C) $< a+b+c; +\infty >$ D) $\emptyset$ E) $\mathbb{R}$

11. Si $a > b > 0$ y $x > 0$, en relación a:
$c = 1 + \dfrac{a-b}{b+x}$, es correcto:

A) $1 < c < \dfrac{a}{b}$ B) $\dfrac{a}{b} < c < 1$
C) $a < c < b$ D) $b < c < a$
E) $a < c-1 < 1$

12. Determinar el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I. Si $b > a > 0 \wedge c > 0 \rightarrow \dfrac{(a+c)}{b+c} > \dfrac{a}{b}$

II. Si $a > 0 \wedge b < 0 \rightarrow \dfrac{b+1}{a} > \dfrac{1}{a}$

III. Si $a < b \wedge -ab > 0 \rightarrow a^{-1} < b^{-1}$

A) FFF B) FVV C) VFV
D) VVV E) FFV

13. Si $a \in \mathbb{R}^+; b \in \mathbb{R}$ son verdaderas:

I. $\dfrac{1}{b} < \dfrac{1}{a}$

II. $b(b-a) < 0$

III. $\dfrac{b^3}{a} - b^2 < 0$

IV. $a^2 < b^2$

A) solo I B) solo II C) I y III
D) I, II y III E) Todas

14. Si $abc < 0$, $ab > 1$ y $b+c > 0$ son verdaderas:

I. $b^2 > c^2$
II. $a > 0$
III. $a < bc$
IV. $a - c < 0$

A) I B) II C) III
D) I y II E) III y IV

15. Si $x \in \langle 1;2] \leftrightarrow x^2 - 2x \in \langle m;n]$

Halle $n - m$

A) – 1 B) 0 C) 1
D) 2 E) – 2

16. Si $a < -b \wedge -c < d \wedge b > 0 \wedge c > 0$, no se puede afirmar:

A) $a^{-1} + b^{-1} > 0$

B) $a^3 + b^3 < 0$

C) $(a-b)(a+b) > 0$

D) $ac < bd$

E) $ad + bc + db + ac > 0$

17. Hallar el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I. Si $b+c > 0$ y $ab > 1$ y $abc < 0$, entonces $a - bc < 0$

II. Si $\dfrac{1}{a} < \dfrac{1}{x} < \dfrac{1}{b}$ y $a > 0$, entonces $\dfrac{1}{(a+5-b)} < \dfrac{-1}{(x-a-5)}$

III. Si $a < b$ y $c < d$ entonces $bc + ad < ac + bd$

A) VVV B) FVF C) VFF
D) FVV E) FFV

18. Sean A y B dos conjuntos, definidos por:
$A = \{n \in \mathbb{R}: n < 2 \leftrightarrow 2n > 1\}$ y
$B = \{n \in \mathbb{R}: n \in A \rightarrow n < 1\}$
Determine $A \cup B$.

A) $\emptyset$ B) $\langle \frac{1}{2}; 2 \rangle$ C) $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$

D) $\mathbb{R}$ E) $\left\langle -\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [2; +\infty\rangle$

UNI 2016 I

19.Indique el conjunto solución de la inecuación

$$-\frac{1}{3}<\frac{2x-3}{x+2}<\frac{4}{3}$$

A) $\langle -2;1\rangle$ B) $\langle -2;\frac{17}{2}\rangle$ C) $\langle -2;2\rangle$
D) $\langle 1;\frac{17}{2}\rangle$ E) $\langle -1;\frac{17}{2}\rangle$ **UNI 2018 I**

20.Indique la alternativa correcta después de determinar si cada proposición es verdadera (V) o falsa (F).
Sean a y b los valores reales positivos,

$$\mathrm{MA}=\frac{a+b}{2},\mathrm{MG}=\sqrt{ab},\mathrm{MH}=\frac{2ab}{a+b}$$

I. Si MA=MG, entonces MA=MG=MH.
II. Si MG=MH, entonces MA=MG=MH.
III. Si MA≠MG, entonces $a\neq b$.

A) VVF B) VFF C) VVV
D) FVV E) VFV **UNI 2016 II**